Proyecto de Tesis de Maestría (Miguel Bernal)

Título: Control de sistemas singulares por medio de optimización convexa.

Problema a resolver: Considere sistemas no lineales en la forma descriptor siguiente:

$$E(x(t))\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) + P(x(t))w(t), \quad y(t) = C(x(t))x(t) + D(x(t))w(t), \tag{1}$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es la entrada de control, $y(t) \in \mathbb{R}^o$ es la salida medible del sistema, $w(t) \in \mathbb{R}^s$ representa perturbaciones externas, $A(\cdot)$, $B(\cdot)$, $P(\cdot)$, $C(\cdot)$, $D(\cdot)$ y $E(\cdot)$ son funciones matriciales suficientemente suaves, posiblemente no lineales, acotadas en un conjunto compacto $\Omega \subset \mathbb{R}^n : 0 \in \Omega$. Si $E(\cdot)$ no es de rango pleno $\forall x$, el sistema se considera *singular*; si sus ecuaciones se separan, un sistema singular puede verse como un conjunto de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAEs, por sus siglas en inglés). Estos sistemas aparecen naturalmente en circuitos eléctricos [1] y manipuladores robóticos restringidos [2] (sistemas singulares genuinos), pero también pueden resultar de modelados redundantes; han sido estudiados en el contexto de sistemas lineales [3] y no lineales [4].

Este trabajo es una continuación del iniciado en la tesis [5]. Una parte del mismo se centró en el análisis de estabilidad de sistemas singulares no lineales (1), sin entradas ni perturbaciones [6]; en ella se reconoció la importancia del algoritmo de Pantelides [7] para reducir un DAE a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE, por sus siglas en inglés) sujeto a inicialización consistente. Otra parte (menor) se enfocaba al problema de estabilización de sistemas descriptores por realimentación de derivadas obtenidas por medio del diferenciador de Levant [8], una idea que recientemente fue extendida en el trabajo [9]. Las aplicaciones de dicha tesis se centraban en sistemas ordinarios modelados como descriptor [10], aunque posteriormente se aplicaron a sistemas genuinamente singulares [9].

En la tesis referida arriba así como en la que se propone ahora, se privilegian las metodologías cuyas soluciones pueden obtenerse por medio de algoritmos numéricos computacionalmente eficaces, más específicamente los asociados a optimización convexa [11], tales como las desigualdades matriciales lineales (LMIs, por sus siglas en inglés) [12] y las condiciones de sumas de cuadrados (SOS, por sus siglas en inglés) [13]. Este último par de enfoques suelen apoyarse en la reescritura convexa de expresiones no lineales, parámetros o incertidumbres acotadas; normalmente se hace por medio de el método de sector no lineal para acotarlas entre expresiones lineales [14] o mediante su generalización que permite acotarlas entre polinomios de grado arbitrario [15].

Objetivo general: Proporcionar soluciones originales para el control de sistemas singulares que utilicen métodos de optimización convexa, especialmente dirigidos a sistemas robóticos restringidos.

Productos académicos comprometidos: 1 artículo de conferencia internacional arbitrada publicado y 1 artículo de revista indizada sometido, ambos antes del 31 de agosto de 2021.

Estancias propuestas: 1 estancia de 1 mes en la Universidad Politécnica de Pachuca, Hidalgo, con el investigador receptor Víctor Estrada Manzo.

References

[1] L. Chua and R. Rohrer, "On the dynamic equations of a class of nonlinear RLC networks," *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 12, no. 4, pp. 475–489, 1965.

[2] U. M. Ascher, H. Chin, L. R. Petzold, and S. Reich, "Stabilization of constrained mechanical systems with DAEs and invariant manifolds," *Journal of Structural Mechanics*, vol. 23, no. 2, pp. 135–157, 1995.

[3] G. R. Duan, *Analysis and Design of Descriptor Linear Systems*. Springer-Verlag New York, 2010.

[4] P. J. Rabier and W. C. Rheinboldt, "Theoretical and numerical analysis of differential-algebraic equations," *Handbook of numerical analysis*, vol. 8, pp. 183–540, 2002.

[5] J. Arceo, "New schemes for stability analysis and control of nonlinear singular systems using convex optimization," Ph.D. dissertation, Sonora Institute of Technology, Department of Electrical and Electronics Engineering, Obregon, Mexico, 2017.

[6] J. Arceo, M. Sánchez, V. Estrada-Manzo, and M. Bernal, "Convex stability analysis of nonlinear singular systems via linear matrix inequalities," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 64, no. 4, pp. 1740–1745, 2018.

[7] C. C. Pantelides, "The consistent initialization of differential-algebraic systems," *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 9, no. 2, pp. 213–231, 1988.

[8] J. Arceo, R. Marquez, V. Estrada-Manzo, and M. Bernal, "Stabilization of nonlinear singular systems via takagi–sugeno models and robust differentiators," *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 20, no. 5, pp. 1451–1459, 2018.

[9] J. Alvarez, D. Vázquez, A. Tapia, and M. Bernal, "High-order state-derivative controller design for nonlinear systems," in *Accepted in the IFAC World Congress*. IEEE, 2020, pp. 1–6.

[10] J. C. Arceo, D. Vázquez, V. Estrada-Manzo, R. Márquez, and M. Bernal, "Nonlinear convex control of the furuta pendulum based on its descriptor model," in *Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2016 13th International Conference on*. IEEE, 2016, pp. 1–6.

[11] D. Bertsekas, *Convex optimization algorithms*. Athena Scientific Belmont, 2015.

[12] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Belakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, USA: SIAM: Studies In Applied Mathematics, 1994, vol. 15.

[13] S. Prajna, A. Papachristodoulou, and F. Wu, "Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach," in *Control Conference, 2004. 5th Asian*, vol. 1, 2004, pp. 157–165.

[14] T. Taniguchi, K. Tanaka, and H. Wang, "Model construction, rule reduction and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 525–537, 2001.

[15] A. Sala and C. Ariño, "Polynomial fuzzy models for nonlinear control: a taylor series approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 17, no. 6, pp. 1284–1295, 2009.