Proyecto de Tesis

Título: Nuevos esquemas de control por modos deslizantes para sistemas subactuados.

Antecedentes: El *control por modos deslizantes* [1] se caracteriza por la presencia de discontinuidades en el lado derecho de las ecuaciones de estado, normalmente introducidas a través de la ley de control [2], por ejemplo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x,u) && \text{Sistema a controlar,} \\ u(t) &= \mathrm{sign}(s(x)) && \text{Control discontinuo,} \end{aligned}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado del sistema y $u \in \mathbb{R}$ es una señal de control cuya función introduce discontinuidades (el signo tiene discontinuidad en $s(x) = 0$). Este tipo de esquemas pertenece al área de *control de estructura variable* [3].

La estructura variable no es suficiente para inducir deslizamiento; éste requiere cumplir algunos requisitos de *alcanzabilidad* [1, Section 3.5] y *deslizamiento ideal* [1, Theorem 3.1]. Este último fenómeno reduce el orden del sistema [1, Proposition 3.1], insensibilizándolo con respecto a perturbaciones acopladas [1, Definition 3.3] y garantizando convergencia en tiempo finito [1, Section 3.5.1] a la *superficie de deslizamiento* $s(x) = 0$. Estas características constituyen ventajas de los modos deslizantes tradicionales o *modos deslizantes de primer orden* con respecto al control tradicional, pues este último sólo puede asegurar convergencia asintótica y atenuación –no desacoplamiento– de la influencia de las perturbaciones del sistema [4]. En contraparte, el control por modos deslizantes tiene como desventajas el fenómeno de *chattering* (zigzagueo de la señal de control a altas frecuencias que puede dañar los actuadores [5]) y el alto consumo de energía (por señales saturadas entre dos valores como el signo de $u(t)$ arriba mostrado) [6].

La función que caracteriza a la superficie de deslizamiento $s(t)$ suele verse como "salida" del sistema. La metodología tradicional de modos deslizantes requiere tantas entradas como salidas, es decir, que las dimensiones de $s(t)$ y $u(t)$ sean las mismas. Este requisito lo satisfacen, por lo general, todos los *sistemas completamente actuados*, es decir, los sistemas donde existe al menos un actuador por cada variable de posición. Sin embargo, cuando hay menos actuadores que posiciones, es decir, cuando se consideran *sistemas subactuados*, sólo existen un puñado de metodologías de modos deslizantes de primer orden desarrollados, por ejemplo [7], [8], [9], [10]. En contraste con estos trabajos, la presente propuesta pretende explotar la *reescritura convexa de expresiones no lineales* [11], [12], [13], las *desigualdades matriciales lineales* (LMIs) [14] y el *método directo de Lyapunov* [15], de manera que puedan obtenerse condiciones de análisis y diseño en forma de LMIs que pueden resolverse en tiempo polinomial [16].

Problema: El control por modos deslizantes de primer orden tiene pocas metodologías que puedan aplicarse a sistemas subactuados. Estas metodologías no suelen ser sistemáticas ni numéricas, sino analíticas y dependientes de sintonización.

Objetivos:

1) Desarrollar mejoras en la sistematicidad e implementabilidad numérica de las metodologías existentes de modos deslizantes de primer orden para sistemas subactuados.
2) Desarrollar nuevas metodologías de modos deslizantes de primer orden para sistemas subactuados cuyas condiciones de diseño se expresen en forma de desigualdades matriciales lineales.
3) Implementar en simulación y/o tiempo real las metodologías desarrolladas comparando con el estado del arte correspondiente.

Justificación: Existen numerosos trabajos previos que han demostrado la conveniencia de introducir sistematicidad numérica por medio de desigualdades matriciales lineales en las metodologías de control por modos deslizantes de primer orden. Puesto que los sistemas subactuados no forman parte de la familia de sistemas a la que pueden aplicarse dichos trabajos, el presente estudio extenderá aquellas ventajas a esta nueva clase.

Hipótesis:

1) Es posible mejorar la sistematicidad e implementabilidad numérica de las metodologías existentes de modos deslizantes de primer orden para sistemas subactuados introduciendo modelado convexo y desigualdades matriciales lineales.
2) Es posible crear nuevas metodologías de modos deslizantes de primer orden para sistemas subactuados cuya base sea la utilización de modelado convexo y la formulación de condiciones de diseño en forma de desigualdades matriciales lineales.

Alcances: La tesis debe incluir como mínimo

1) Resultados teórico-matemáticos que justifiquen cada esquema de control desarrollado.
2) Resultados de simulación de los esquemas desarrollados.
3) Implementación en tiempo real de al menos uno de los esquemas.

Limitaciones:

1) La implementación en tiempo real está sujeta a horarios de laboratorio.
2) La tesis debe defenderse a más tardar en septiembre de 2024.

REFERENCES

[1] C. Edwards and S. Spurgeon, “Sliding mode control: theory and applications,” 1998.
[2] V. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*. Berlin: Springer, 1992, vol. 116.
[3] M. Steinberger, M. Horn, and L. Fridman, *Variable-Structure Systems and Sliding-Mode Control*. Springer, 2020.
[4] K. Ogata and Y. Yang, *Modern control engineering*. Prentice hall India, 2002, vol. 4.
[5] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usai, “Chattering avoidance by second-order sliding mode control,” *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 43, no. 2, pp. 241–246, 1998.
[6] A. Tapia, M. Bernal, and L. Fridman, “Nonlinear sliding mode control design: An LMI approach,” *Systems & Control Letters*, vol. 104, pp. 38–44, 2017.
[7] W. Wang, J. Yi, D. Zhao, and D. Liu, “Design of a stable sliding-mode controller for a class of second-order underactuated systems,” *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 6, pp. 683–690, 2004.
[8] R. Xu and Ü. Özgüner, “Sliding mode control of a class of underactuated systems,” *Automatica*, vol. 44, no. 1, pp. 233–241, 2008.
[9] S. U. Din, Q. Khan, F.-U. Rehman, and R. Akmeliawanti, “A comparative experimental study of robust sliding mode control strategies for underactuated systems,” *IEEE Access*, vol. 5, pp. 10 068–10 080, 2017.
[10] B. Lu, Y. Fang, and N. Sun, “Continuous sliding mode control strategy for a class of nonlinear underactuated systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, no. 10, pp. 3471–3478, 2018.
[11] T. Taniguchi, K. Tanaka, and H. Wang, “Model construction, rule reduction and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 525–537, 2001.
[12] M. Bernal, V. Estrada, and R. Márquez, *Diseno e implementación de sistemas de control basados en estructuras convexas y desigualdades matriciales lineales*. Pearson: México city, Mexico, 2019.
[13] M. Bernal, A. Sala, Z. Lendek, and T. M. Guerra, *Analysis and Synthesis of Nonlinear Control Systems*. Springer, 2022.
[14] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Belakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, USA: SIAM: Studies In Applied Mathematics, 1994, vol. 15.
[15] H. Khalil, *Nonlinear Control*. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2014.
[16] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*. Natick, USA: Math Works, 1995.