

Proyecto de Tesis de Maestría (Miguel Bernal)

Título: Nuevos esquemas de análisis y control de sistemas no lineales singulares utilizando optimización convexa.

Problema a resolver: Considere sistemas no lineales de la forma descriptor siguiente:

$$E(x(t))\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) + P(x(t))w(t), \quad y(t) = C(x(t))x(t) + D(x(t))w(t) \quad (1)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es la entrada de control, $y(t) \in \mathbb{R}^o$ es la salida medible del sistema, $w(t) \in \mathbb{R}^s$ representa perturbaciones externas, $A(\cdot)$, $B(\cdot)$, $P(\cdot)$, $C(\cdot)$, $D(\cdot)$ y $E(\cdot)$ son funciones matriciales suficientemente suaves, posiblemente no lineales, acotadas en un conjunto compacto $\Omega \subset \mathbb{R}^n : 0 \in \Omega$. Si $E(\cdot)$ no es de rango pleno, el sistema se considerará *singular*. Estos sistemas aparecen en circuitos eléctricos [1], robótica (note que se adaptan más a la forma Euler-Lagrange)[2] y modelado de aeroplanos [3].

El estudio de sistemas singulares, primero en forma de descriptor *regular* [4] y luego en forma de descriptor *singular* [5], ha sido abordado en una serie de trabajos desde el punto de vista de la teoría de Lyapunov. Ello no ha estado exento de malos entendidos y resultados falsos, como se indica en el *survey* de [5]. La metodología de control no lineal basada en la representación exacta de sistemas no lineales (1) en forma de modelos convexos Takagi-Sugeno (TS) [6] o polinomiales [7] que, una vez combinados con el método directo de Lyapunov, producen condiciones en forma de desigualdades matriciales lineales (LMIs) [8] o suma de cuadrados (SOS) [9], también abordó el problema del análisis y control de sistemas en forma descriptor *regular*: con funciones cuadráticas de Lyapunov [10], [11], con funciones semi-cuadráticas que reducían de manera significativa la conservatividad del enfoque cuadrático [12], con leyes de control más complejas [13], [14] y, finalmente, por medio de relajaciones matriciales [15]. Los sistemas *singulares*, sin embargo, siguieron sin ser considerados.

Se propone hallar condiciones suficientes en forma de LMIs o SOS para el análisis y control de sistemas no lineales singulares, tomando en cuenta que una matriz $E(x)$ que no tiene rango pleno indica que el sistema (1) es *reducible* a un sistema dinámico ordinario más restricciones posiblemente no lineales que pueden incorporarse al análisis por medio de cualquiera de las herramientas asociadas al problema geométrico del *Positivstellensatz*: multiplicadores de Lagrange, S-procedure, Lemma de Farkas [16].

Productos académicos comprometidos: 1 artículo de conferencia internacional arbitrada publicado y 1 artículo de revista indizada sometido, ambos antes del 31 de agosto de 2017.

Estancia del estudiante: En la UAM Iztapalapa (DF) con el Dr. Julio Solís Daun (SNI I), 1 mes en 2017.

Conferencia del estudiante: International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2016/2017) ó en su defecto el Congreso Nacional de Control Automático de la Asociación de México de Control Automático (AMCA 2016/2017).

REFERENCES

- [1] R. Newcomb and B. Dziurla, "Some circuits and systems applications of semistate theory," *Circuits, Systems and Signal Proc.*, vol. 8, pp. 235–260, 1989.
- [2] J. Mills and A. Goldenberg, "Force and position control of manipulators during constrained motion tasks," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 38, no. 2, pp. 30–46, 1989.
- [3] E. Yip and R. Sincovec, "Solvability, controllability, and observability of continuous descriptor systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, no. 1, pp. 702–707, 1981.
- [4] D. Luenberger, "Dynamic equations in descriptor form," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 22 (3), pp. 312–321, 1977.
- [5] J. Y. Ishihara and M. Terra, "On the Lyapunov theorem for singular systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 11, pp. 1926–1931, 2002.
- [6] K. Tanaka and H. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis. A linear matrix inequality approach*. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [7] A. Sala and C. Ario, "Polynomial fuzzy models for nonlinear control: a Taylor series approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 17, no. 6, pp. 1284–1295, 2009.
- [8] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Belakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, USA: SIAM: Studies In Applied Mathematics, 1994, vol. 15.
- [9] K. Tanaka, T. Komatsu, H. Ohtake, and H. Wang, "Micro helicopter control: LMI approach vs sos approach," in *IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2008. FUZZ-IEEE 2008. (IEEE World Congress on Computational Intelligence)*, 2008, pp. 347–353.
- [10] T. Taniguchi, K. Tanaka, K. Yamafuji, and H. Wang, "Fuzzy descriptor systems: stability analysis and design via LMIs," in *Proceedings of the 1999 American Control Conference*, vol. 3, 1999, pp. 1827–1831.
- [11] K. Tanaka, H. Ohtake, and H. Wang, "A descriptor system approach to fuzzy control system design via fuzzy Lyapunov functions," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 333–341, 2007.
- [12] T. M. Guerra, M. Bernal, A. Kruszewski, and M. Afroun, "A way to improve results for the stabilization of continuous-time fuzzy descriptor models," in *Proceedings of the 46th. IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, USA, 2007, pp. 5960–5964.
- [13] V. Estrada-Manzo, T. M. Guerra, Z. Lendek, and M. Bernal, "Improvements on non-quadratic stabilization of continuous-time Takagi-Sugeno descriptor models," in *Proceedings of the 2013 IEEE Conference on Fuzzy Systems*, Hyderabad, India, 2013, pp. 1–6.
- [14] R. Márquez, T. M. Guerra, M. Bernal, and A. Kruszewski, "Eliminating the parameter-dependence of recent LMI results on controller design of descriptor systems," in *Proceedings of the 2015 IEEE Conference on Fuzzy Systems*, Istanbul, Turkey, 2015, pp. 1–6.
- [15] T. M. Guerra, V. Estrada-Manzo, and Zs. Lendek, "Observer design of nonlinear descriptor systems: an LMI approach," *Automatica*, vol. 52, pp. 154–159, 2015.
- [16] C. Arino, E. Perez, A. Sala, and B. F., "Polytopic invariant and contractive sets for closed-loop discrete fuzzy systems," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 7, pp. 3559–3576, 2014.