

Proyecto de Tesis de Maestría (Raymundo Márquez)

Título: Análisis y control de sistemas no lineales con retardo de tiempo por medio de optimización convexa.

Problema a resolver: Considere el siguiente sistema no lineal con retardo:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x(t - \tau(t)), u(t - \tau(t))), \\ \phi(\theta) &= x(\theta), \theta \in [-\tau, 0],\end{aligned}\tag{1}$$

donde $f(\cdot)$ una función que depende de los estados del sistema $x(t) \in \mathbb{R}^n$ y la entrada de control $u(t) \in \mathbb{R}^m$ que a su vez pueden ser afectados por el retardo de tiempo $\tau(t)$, el cual puede ser constante o variable, $\phi \in \ell([-\tau, 0], \mathbb{R})$ es la función inicial y $\ell([-\tau, 0], \mathbb{R})$ es el espacio de Banach de las funciones reales continuas sobre el intervalo $[-\tau, 0]$ con $\max_{\theta \in [-\tau, 0]} |\phi(\theta)|$ [1].

El diseño de controladores para sistemas que presentan retardos en el tiempo es ampliamente estudiado por dos motivos opuestos: por un lado los retardos en la ley de control pueden hacer perder estabilidad a un sistema; por el otro, existe evidencia de que el retardo puede colaborar a la estabilidad de un sistema [2]. Existen diversos trabajos en este sentido bajo un enfoque en el dominio de la frecuencia y del tiempo. Dentro del dominio del tiempo podemos encontrar las metodologías de Lyapunov-Razumikhin [3], basada en la teoría clásica de Lyapunov, y la de Lyapunov-Krasovskii [4], que extiende la teoría de Lyapunov para utilizar funcionales [5]. Algunos de los resultados obtenidos mediante estas metodologías utilizan técnicas de optimización convexa y se han orientado al análisis de estabilidad [6], síntesis de controladores [7], controladores robustos considerando que los estados tienen retardos constantes [8] así como variables [9] o el enfoque que considera retardos en la entrada de control [10].

Estos resultados están basados en su mayoría en la funcional de Lyapunov-Krasovskii [1] o alguna variante de esta:

$$V = x^T P x + \int_{t-\tau}^t x^T(s) S x(s) ds + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds d\theta\tag{2}$$

donde el término $x^T P x$ tiene una forma cuadrática y se encuentra en todas las variantes, lo cual podría dar pie a realizar mejoras en la funcional.

Por otro lado, una nueva funcional de Lyapunov no cuadrática (NQLF) es propuesta en [11], este resultado evita el manejo de las derivadas de las funciones de membresía y proporciona condiciones en forma de desigualdades matriciales lineales (LMIs) que son válidas de forma *global* dentro de un conjunto compacto del espacio de estados. El uso de esta funcional podría ser extendido a sistemas no lineales con retardos ya que de forma natural su estructura incluye este tipo de retardos y pueden ser manipulados directamente. Dicha funcional podría reemplazar el término cuadrático $x^T P x$ en (2).

La propuesta de este trabajo es proporcionar condiciones suficientes en forma de LMIs que mejoren el desempeño de los enfoques existentes en el diseño de controladores para sistemas que contienen retardos.

Productos académicos comprometidos: 1 artículo de conferencia internacional arbitrada publicado y 1 artículo de revista indexada sometido, ambos antes del 31 de agosto de 2017.

Estancia del estudiante: 1 mes en 2017 en la Univ. Autónoma del Edo. de Hidalgo (UAEH), con el Dr. Raúl Villafuerte (SNI I).

Conferencia del estudiante: Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2017) o Congreso Nacional de Control Automático de la Asociación de México de Control Automático (AMCA 2017).

REFERENCES

- [1] K. Gu, J. Chen, and V. L. Kharitonov, *Stability of time-delay systems*. Springer, 2003.
- [2] A. Ramirez, S. Mondie, R. Garrido, and R. Sipahi, "Design of Proportional-Integral-Retarded (PIR) Controllers for Second-Order LTI Systems (in press)," *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016.
- [3] B. Razumikhin, "On the stability of systems with a delay," *Prikl. Mat. Meh.*, vol. 20, no. 1, pp. 500–512, 1956.
- [4] N. Krasovskii, "On the application of the second method of Lyapunov for equations with time delays," *Prikl. Mat. Mekh.*, vol. 20, no. 3, pp. 315–327, 1956.
- [5] J. Duda, "A Lyapunov functional for a system with a time-varying delay," *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 22, no. 2, p. 327, 2012.
- [6] Y.-Y. Cao and P. M. Frank, "Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via linear Takagi-Sugeno fuzzy models," *Fuzzy sets and systems*, vol. 124, no. 2, pp. 213–229, 2001.
- [7] Y.-C. Chang, S.-S. Chen, S.-F. Su, and T.-T. Lee, "Static output feedback stabilization for nonlinear interval time-delay systems via fuzzy control approach," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 148, no. 3, pp. 395–410, 2004.
- [8] B. Chen, X. Liu, and S. Tong, "New delay-dependent stabilization conditions of T-S fuzzy systems with constant delay," *Fuzzy sets and systems*, vol. 158, no. 20, pp. 2209–2224, 2007.
- [9] Q. Kang and W. Wang, "Guaranteed cost control for TS fuzzy systems with time-varying delays," *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 8, no. 4, pp. 413–417, 2010.
- [10] M. Ramírez, R. Villafuerte, T. González, and M. Bernal, "Exponential estimates of a class of time-delay nonlinear systems with convex representations," *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 25, no. 4, pp. 815–826, 2015.
- [11] R. Márquez, T. M. Guerra, M. Bernal, and A. Kruszewski, "A non-quadratic Lyapunov functional for H_∞ control of nonlinear systems via Takagi-Sugeno models," *Journal of the Franklin Institute*, 2016.